|  |  |
| --- | --- |
| 结论七：等差数列 | |
| 结    论 | 设Sn为等差数列{an}的前n项和.  (1)an=a1+(n-1)d=am+(n-m)d,p+q=m+n⇒ap+aq=am+an(m,n,p,q∈N\*).  (2)ap=q,aq=p(p≠q)⇒ap+q=0. (3)Sk,S2k-Sk,S3k-S2k,…构成的数列是等差数列.  (4)=n+是关于n的一次函数或常函数,数列也是等差数列.  (5)Sn====….  (6)若等差数列{an}的项数为偶数2m,公差为d,所有奇数项之和为S奇,所有偶数项之和为S偶,则所有项之和S2m=m(am+am+1),S偶-S奇=md,=.  (7)若等差数列{an}的项数为奇数2m-1,所有奇数项之和为S奇,所有偶数项之和为S偶,则所有项之和S2m-1=(2m-1)am,S奇=mam,S偶=(m-1)am,S奇-S偶=am,=.  (8)若Sm=n,Sn=m(m≠n),则Sm+n=-(m+n). (9)Sm+n=Sm+Sn+mnd. |
| 解  读 | 对于等差数列中的这些结论要做到熟悉，有的需要记忆，有的需要了解推导过程。当用到这些结论时要会根据等差数列前n项和公式、通项公式推导。例如第（1）中的 |
| 典  例 | 首项为正数，公差不为0的等差数列，其前项和为，现有下列4个命题，其中正确的命题的个数是（ ）  ①若，则；②若，则使的最大的为15；③若，，则中最大；④若，则．  A．1个 B．2个 C．3个 D．4个 |
| 解  析 | 【答案】B  【详解】①若，则，因为数列是首项为正数，公差不为0的等差数列，所以，，那么，故①不成立；②若，则，因为数列是首项为正数，公差不为0的等差数列，所以，，，，则使的最大的为15，故②成立；  ③，，则，因为数列是首项为正数，公差不为0的等差数列，所以中的最大项是，故③正确；  ④若，则，但，不确定的正负，故④不正确. |
| 反  思 | 一般等差数列前项和的最值的常用方法包含：1.单调性法，利用等差数列的单调性，求出其正负转折项，便可求得等差数列前项和的最值；2.利用二次函数的性质求最值，公差不为0的等差数列的前项和（为常数）为关于的二次函数，利用二次函数的性质解决最值问题.  本题中由①②③根据条件可分析数列是首项为正数，公差小于0的等差数列，所以存在，使，再结合等差数列的前项和公式判断选项；④利用公式，判断选项. |
| 针对训练\*举一反三 | |
| 1．等差数列的前项和为25，前项和为100，则它的前项和为（ ）  A．125 B．200 C．225 D．275  【答案】C  【解析】由题可知，，，由成等差数列，即成等差数列，，解得，故选：C  2．已知数列满足，且前项和为，若，则（）  A． B． C． D．  【答案】D  【分析】  利用等差中项法可判断出数列是等差数列，由已知条件计算得出的值，再利用等差数列求和公式以及等差中项的性质可求得的值.  【详解】对任意的，，即，所以数列为等差数列，  ，，由等差数列的求和公式可得.  3．已知等差数列的前项和有最大值，且，则满足的最大正整数*n*的值为（　　）  A．4041 B．4039 C．2021 D．2020  【答案】B  【分析】  由于等差数列的前项和存在最大值，则首项，公差；又可得；再根据等差数列的性质和前项和公式即可求出结果．  【详解】  ∵等差数列存在最大值且， ∴首项，公差，即等差数列为递减数列，∴， ∵，所以  ∴，.所以满足的最大正整数的值为.  4．已知数列为等差数列，为前项和，公差为，若，则的值为（ ）  A． B． C．10 D．20  【答案】B  【分析】  可证数列为等差数列，公差为．根据，即可得出．  【详解】  由题得，所以，  所以数列为等差数列，公差为．，，解得．  5．等差数列的公差，前项和为，若对于任意，都有，则（ ）  A． B． C． D．是递增数列  【答案】A  【分析】  由题意可知，是数列的最大值，可得出且，进而得出，，利用等差数列的求和公式结合等差数列的基本性质可得出结果.  【详解】  对于任意，都有，则是数列的最大值，则且，所以，，则，A选项正确；  ，则，B选项错误；，，且，则，所以，数列单调递减，则，所以，，C选项错误，D选项错误.  6．已知数列对任意的有，若,则\_\_\_\_\_\_\_.  【答案】  【解析】令,则可知，∴为等差数列，首项和公差均为2.  ∴，∴。  7．已知为等差数列的前项和，且，，则当取最大值时，的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.  【答案】7  【分析】  根据条件，由等差数列通项公式及求和公式求得首项和公差，从而变成函数问题，找到最大值.  【详解】  方法一：设数列的公差为，则由题意得，解得  则.又，∴当时，取得最大值.  方法二：设等差数列的公差为.∵，∴，  ∴，解得，则，  令解得，又，∴，即数列的前7项为正数，从第8项起各项均为负数，故当取得最大值时，. | |

****